

Liceo Scientifico IIS “A. Farnese” sede di Vetralla (VT)
Anno scolastico 2021-2022

CLASSE 5N
Programma svolto di MATEMATICA

Funzioni reali di variabile reale

Insiemi numerici: naturali, relativi, razionali, irrazionali, reali. Intervalli chiusi, aperti, limitati, illimitati in \mathbb{R} . Estremo superiore ed inferiore di un insieme limitato di numeri reali. Intorno di un punto. Punti di accumulazione. Concetto di funzione reale di una variabile reale. Le funzioni elementari: funzioni razionali, irrazionali, goniometriche, esponenziali, logaritmiche. Rappresentazione analitica di una funzione. Grafico di una funzione. Funzioni limitate. Funzioni periodiche. Funzioni pari e dispari. Funzioni composte. Dominio o insieme di esistenza di una funzione. Determinazione del dominio delle funzioni elementari. Funzioni invertibili. Determinazione di una funzione inversa.

Limiti di una funzione.

Concetto intuitivo di limite. Limite finito per una funzione in un punto. Definizione di limite infinito per una funzione in un punto. Limite destro e sinistro di una funzione. Definizione di limite per una funzione all'infinito. Teoremi fondamentali sui limiti (teorema del confronto, dell'unicità del limite, della permanenza del segno). Operazioni sui limiti: forme indeterminate ($+\infty - \infty$; $\pm\infty \cdot 0$; $0/0$; ∞/∞). Le forme indeterminate (0^0 ; ∞^0 ; 1^∞). Limiti notevoli. Soluzione di limiti che si risolvono utilizzando i limiti notevoli.

Funzioni Continue.

Definizione di funzione continua. Punti di discontinuità. Discontinuità di prima, seconda e terza specie. Punti angolosi e cuspidi. Le funzioni elementari come esempi di funzioni continue. Infiniti, infinitesimi e loro proprietà fondamentali. Confronto tra infiniti e tra infinitesimi. Esercizi sui punti di discontinuità. Asintoti verticali, orizzontali, obliqui.

Teoria delle derivate.

Il rapporto incrementale di una funzione. Definizione di derivata e suo significato geometrico. Continuità e derivabilità. Derivata delle funzioni elementari. Derivate di una somma, di un prodotto e di un quoziente. Derivata di una funzione composta. Tabella delle formule e regole di derivazione. Derivate di ordine superiore. Equazione della retta tangente a una curva di equazione $y=f(x)$. Valore massimo e valore minimo di una funzione. Teoremi fondamentali del calcolo differenziale (teorema di Rolle, teorema di Lagrange, teorema di Cauchy). Teorema di De L'Hospital a applicazione sul calcolo di alcuni limiti. Punti di flesso. Punti a tangenza orizzontale e obliqua. Studio dei punti di non derivabilità (punti angolosi, cuspidi e flessi a tangenza verticale).

Grafici di funzioni.

Studio completo di una funzione. Studio di semplici funzioni polinomiali, razionali, irrazionali, goniometriche, esponenziali e logaritmiche; determinazione del dominio, delle intersezioni con gli assi, della positività, individuazione di eventuali punti di discontinuità e calcolo dei relativi limiti, ricerca di eventuali asintoti obliqui, ricerca dei massimi e dei minimi, crescita e decrescita, flessi, concavità e convessità. Problemi di massimo e minimo. Studio del massimo e del minimo delle funzioni a mezzo delle derivate successive. Esempi di problemi di massimizzazione.

Gli integrali.

Definizione di differenziale. Significato geometrico del differenziale. Primitive di una funzione. Integrali indefiniti immediati. Metodi elementari di integrazione indefinita: integrazione per scomposizione, per sostituzione, per parti. Integrazione indefinita delle funzioni razionali fratte $P(x)/Q(x)$ con $\Delta(Q(x)) > 0$, $\Delta(Q(x)) = 0$, $\Delta(Q(x)) < 0$. Integrali di funzioni irrazionali.

Integrale definito.

Problema delle aree. Area del trapezoide. Definizione di integrale definito. Proprietà dell'integrale definito. Relazione tra l'integrale indefinito e l'integrale definito di una funzione (teorema di Torricelli-Barrow). Calcolo di integrali definiti. Calcolo di aree di semplici figure geometriche con gli integrali.

... dopo il 15/05/2022

Applicazione dell'integrazione definita al calcolo dei volumi dei solidi in rotazione: volume di un cilindro, di un cono, di un ellissoide e della sfera. Cenni sulla lunghezza di un arco di curva piana $f(x)$ ed area di una superficie di rotazione. Valore medio di una funzione. Calcolo di volumi di solidi di rotazione di $f(x)$ attorno all'asse y . Problemi d'esame.

Vetralla, 15/05/2022

Il docente
Prof. Montalbano Antonio